

ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – ГАБРОВО

СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА

Плевен, 21.02.2015 г.

Отговорите на задачите от 1. до 20. включително, отбелязвайте в листа за отговори!

1. Стойността на израза $\left(\frac{5}{4}\right)^{-2} : \left(\frac{12}{25}\right) + (1,5)^{-1}$ е:

- A) 2 Б) 3 В) 4 Г) 5

2. Допустимите стойности на x в израза $\frac{\sqrt{2x-x^2}}{x-1}$ са:

- A) $[0,1) \cup (1,2]$ Б) $[0,2]$ В) $[1,2]$ Г) $(-2,1) \cup (1,2)$

3. Решенията на неравенството $2(x-1)^2 - (x-1)(x+1) < 0$ са:

- A) $(0,3)$ Б) $(1,3)$ В) $[0,3)$ Г) $(-1,3)$

4. Решенията на уравнението $|x-1| = 2$ са:

- A) -3 Б) 3 В) -1 и 3 Г) 1 и 3

5. Сборът от корените на уравнението $x^3 - x = 0$ е:

- A) -1 Б) 2 В) 0 Г) 3

6. Решението на системата уравнения $\begin{cases} 3x - y = 13 \\ 3y - 2x = -4 \end{cases}$ е:

- A) $(2,5)$ Б) $(3,1)$ В) $(1,2)$ Г) $(5,2)$

7. Решенията на неравенството $\frac{1}{x} \leq x$ са:

- A) $[-1,0)$ Б) $[-1,0) \cup [1, \infty)$ В) $[-1, \infty)$ Г) $[0, \infty)$

ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – ГАБРОВО

СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА

Плевен, 21.02.2015 г.

15. Основите на равнобедрен трапец са 21 см и 11 см, а височината му е 12 см. Бедрото му има дължина:

- А) 10 см Б) 11 см В) 12 см Г) 13 см

16. Основата на равнобедрен триъгълник е 6 см, а бедрото му е 5 см. Височината към бедрото му има дължина:

- А) 2,4 см Б) 3 см В) 4,8 см Г) 5 см

17. Катетите на правоъгълен триъгълник са 3 см и 4 см. Височината към хипотенузата е:

- А) 1,5 см Б) 2 см В) 2,4 см Г) 3 см

18. Ако $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$ и $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$, то стойността на израза $\sin \alpha + \cos \alpha$ е:

- А) $-\frac{7}{5}$ Б) $\frac{7}{5}$ В) $-\frac{3}{4}$ Г) $-\frac{4}{5}$

19. Ако $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ и $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, то стойността на израза $\frac{1+\operatorname{tg} \alpha}{1+\operatorname{cotg} \alpha}$ е:

- А) $-\frac{4}{5}$ Б) $\frac{4}{5}$ В) $\frac{3}{4}$ Г) $\frac{4}{3}$

20. Най-големият ъгъл в триъгълник със страни 11 см, 24 см и 31 см е:

- А) 120° Б) 135° В) 150° Г) 90°

ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – ГАБРОВО

СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА

Плевен, 21.02.2015 г.

Отговорите на задачите от 21. до 25. включително, запишете в свитъка за свободни отговори!

21. Да се реши уравнението $\sqrt{x^4 - 2x^2 + 1} = x^2 - x$

22. Пресметнете стойността на израза $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$, където x_1 и x_2 са корените на уравнението $x^2 + x - 1 = 0$.

23. Графиката на квадратната функция $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ пресича абсцисната ос в точки А и В, а точка С от графиката има най-голяма ордината. Да се намери лицето на триъгълника АВС.

24. Намерете сбора на най-малката и най-голямата стойност на функцията $f(x) = 2x - x^2$ за $x \in [-1, 2]$.

25. От нечетни числа са образувани групите (1), (3,5), (7,9,11), ..., като п-тата група има п члена. Да се намери сборът от членовете в 14-ата група.

Опишете пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28.

26. В една кутия има три бели и две червени топки. По случаен начин се изваждат три топки. Каква е вероятността да имаме две бели и една червена топка?

27. Ако ъглите на триъгълник образуват геометрична прогресия с частно 2, да се докаже, че едната от височините на триъгълника е равна на сбора на другите две.

28. Даден е куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ръб 1 см. Да се намери обемът на тетраедъра $AA_1 MN$, където М и N са центровете на квадратите $BCC_1 B_1$ и $CDD_1 C_1$.