

СМБ – Секция “Изток”
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2016г.
7 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 16 има само един правилен отговор от четири възможни (отбелязани с а), б), в), г)). За задачите от 17. до 22. трябва да бъдат записани само отговорите, а задачи 23. и 24. трябва да бъдат подробно решени. Задачите от 1 до 4 се оценяват с по 1 точка; задачи от 5 до 10 – с по 2 точки; задачи от 11 до 16 – с по 3 точки; задачи от 17 до 20 – с по 5 точки; задачи 21 и 22 – с по 8 точки и задачи 23 и 24 – с по 15 точки. Максималният брой точки е 100. Неправилни решения и задачи без отговор се оценяват с 0 точки.

Организаторите Ви пожелават успех !

Име..... училище..... град.....

1. Ако $\frac{x}{18}$ и $\frac{x}{30}$ са естествени числа, то каква е най-малката възможна стойност на x ?

- а) 60 б) 90 в) 180 г) 540

2. Колко пъти степента 5^{12} е по-голяма от степента 5^{10} :

- а) 1,2 пъти б) 2 пъти в) 25 пъти г) 81 пъти

3. Частното от дължината на страната на правилен петогълник с обиколка 10 дм и обиколката на ромб със страна 5 см е:

- а) 0,1 б) 0,5 в) 1 г) 10

4. В правоъгълна координатна система през точката с координати $(-1;3)$ е построена права, успоредна на абсцисната ос. Тази права ще пресече ординатната ос в точка с координати:

- а) $(-1;0)$ б) $(3;-1)$ в) $(3;0)$ г) $(0;3)$

5. Колко е сборът от числителя и знаменателя на несъкратимата дроб, равна на корена на уравнението $(4x-3)^2 - (-3-4x)^2 = -30$?

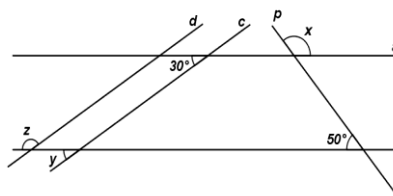
- а) 13 б) 3 в) 5 г) 8

6. Ако $3x+2y=3$ и $2y-3x=2$, то стойността на израза $9x^2-4y^2+4y$ е:

- а) -6 б) -1 в) 5 г) 6

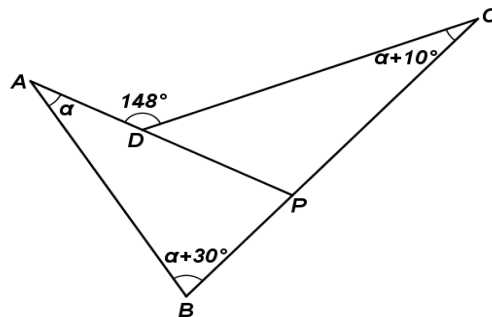
7. За правите a , b , c и d е дадено, че $a \parallel b$ и $c \parallel d$. Съгласно данните от чертежа стойността на $(x+y-z)$ е:

- а) 0°
б) 40°
в) 80°
г) 10°



8. Големината на $\sphericalangle ABC$ от чертежа е:

- а) 30°
- б) 36°
- в) 66°
- г) 79°



9. През първия час на теста по математика Ана решила 35% от задачите. През втория час решила с 20% повече задачи, отколкото през първия час. Колко процента от задачите в теста е решила Ана през тези два часа?

- а) 77%
- б) 80%
- в) 87%
- г) 90%

10. Куб е съставен от 27 малки бели кубчета. Премахваме ъгловите кубчета и оцветяваме повърхността на полученото тяло в червено. Колко на брой от малките кубчета имат оцветени в червено точно четири стени?

- а) 8
- б) 10
- в) 12
- г) 16

11. Ако $2x - y = 2$, то стойността на израза $4x^2 - y^2 + 4x - 6y - 8$ е:

- а) 10
- б) 4
- в) 0
- г) - 4

12. Колко са целите числа x , за които изразът $\frac{15-10x}{9-4x^2}$ приема цели стойности:

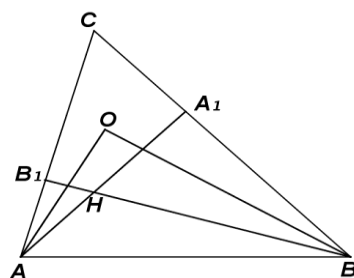
- а) 1
- б) 2
- в) 3
- г) 4

13. Петя ще има 90% от стойността на една книга, ако има 3 лева повече, отколкото има. А ако има 4 лева повече, отколкото има, Петя ще има 110% от стойността на книгата. Колко лева струва книгата?

- а) 3
- б) 4,5
- в) 5
- г) 12

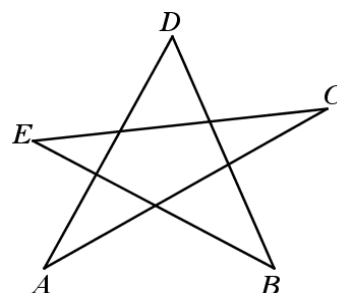
14. В остроъгълния триъгълник ABC са построени височините AA_1 и BB_1 , които се пресичат в точка H . Ако AO и BO са ъглополовящите съответно на $\sphericalangle CAA_1$ и $\sphericalangle CBB_1$, намерете големината на $\sphericalangle AOB$.

- а) 50°
- б) 90°
- в) 110°
- г) не може да се определи.



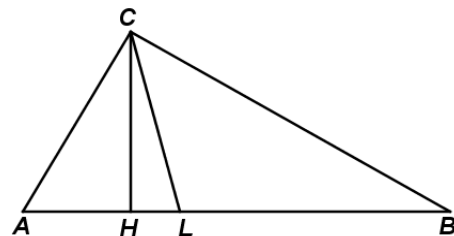
15. На чертежа $\sphericalangle D = 85^\circ$. Колко градуса е мярката на ъгъл, равен на $\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C + \sphericalangle E$?

- а) 95°
- б) 85°
- в) 75°
- г) не може да се определи



16. На чертежа триъгълник ABC е правоъгълен с хипотенуза AB , височина CH и ъглополовяща CL . Ако $\angle ABC = \frac{1}{3} \angle ACB$, на колко градуса е равна мярката на $\angle HCL$?

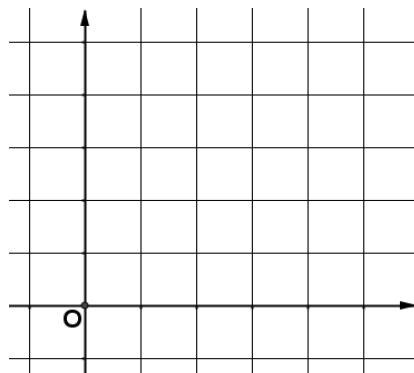
- а) 15° б) 30° в) 45° г) 60°



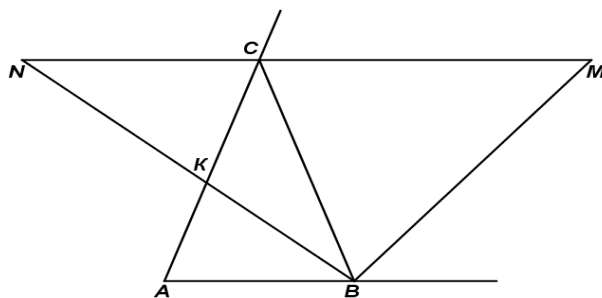
17. В остроъгълния триъгълник ABC е построена височината CH и $HM \parallel BC$ ($M \in AC$). Външният ъгъл при върха B на триъгълника е с 25% по-голям от съседния му и $\angle BAC$ е по-голям от $\angle ACH$ с 16° . Намерете ъглите на триъгълник AHM .

18. В старото лятно кино на Морския град имаше 320 места, разпределени по равен брой на всеки ред, като редовете бяха не по-малко от 10. След ремонта на киното добавиха по 4 места на всеки ред и още един нов ред. Така местата в киното станаха 420 на брой. Колко реда има в новото лятно кино на Морския град?

19. В правоъгълна координатна система са дадени точките $A(0;0)$, $B(0;4)$ и $C(5;2)$. Точка P е от отсечката AC и е такава, че $AP : AC = 2 : 5$. Колко квадратни мерни единици е лицето на $\triangle ABP$?



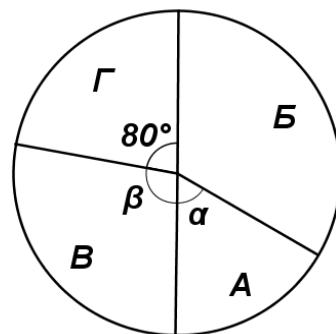
20. Ъглополовящата на външния ъгъл при върха C на триъгълник ABC ($\angle ABC = \angle BAC$) пресича ъглополовящите на вътрешния и външния ъгъл при върха B съответно в точките N и M . Ако K е пресечна точка на AC и BN и $\angle AKN = 108^\circ$, намерете отношението на $\angle BNC$ и $\angle BMC$.



21. Бизнес

На кръговата диаграма е посочено разпределението на дяловото участие на четири фирми – А, Б, В и Г, за строителство на голям търговски център.

Дяловото участие на фирма А е два пъти по-малко от дяловото участие на фирма Б. Дяловото участие на фирма А към дяловото участие на фирма В е $3:5$. Дяловото участие на фирма Г е изобразено на сектора с градусна мярка 80° .



- а) Коя от фирмите има най-малко дялово участие?
 б) Вярно ли е, че общото дялово участие на фирмата А и Г е по-малко от 50%?
 /обосновете отговора си/
 в) Какво е отношението на дяловото участие на четирите фирми – $A : B : B : G$?
 г) С колко процента дяловото участие на фирма В е повече от дяловото участие на фирма Г?

22. Ветрогенератори

Ветрогенераторите превръщат енергията на вятъра в електрическа енергия.

Има два типа ветрогенератори:

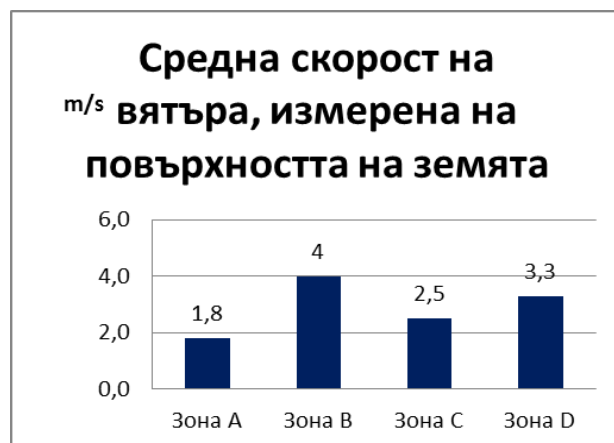
- *големи*, високи над 30 m, които използват вятър със скорост не по-малка от 18 km/h;
- *малки*, високи около 10 m, които използват вятър със скорост не по-малка от 9 km/h.



Известно е, че на височина 10 m над повърхността на земята вятърът е с около 2 m/s по-силен отколкото на повърхността, а на 30 m над повърхността на земята е около 2 пъти по-силен отколкото на повърхността.

На диаграмата са представени предварителни проучвания на средногодишната скорост на вятъра, измерена на повърхността, в m/s, в четири зони на България.

- а) При каква скорост на вятъра в m/s се изграждат малки ветрогенератори?
 б) При каква скорост на вятъра в m/s се изграждат големи ветрогенератори?
 в) На каква височина трябва да се отчита средната скорост на вятъра, за изграждането на големи ветрогенератори?
 г) В кои от зоните (ако има такива) има предпоставки за провеждане на допълнителни проучвания за изграждане на малки ветрогенератори?



23. През първата седмица на месеца завод изпълнил 27% от месечния си план. Количествата продукция, произведени през втората и третата седмица, се отнасят както 4:5, а количествата продукция, произведени през третата и четвъртата седмица – както 10:11. Намерете с колко процента е преизпълнил заводът месечния си план, ако количеството продукция, произведено през четвъртата седмица, е $1\frac{2}{9}$ пъти по-голямо от това, произведено през първата седмица.

24. В $\triangle ABC$ ($\angle ACB > 90^\circ$) ъглополовящата на $\angle BAC$ пресича BC в точка M, а ъглополовящата на външния ъгъл при върха C - в точка F. През т.М е построена права, перпендикулярна на BC, която пресича продължението на AC в точка K. Ако $\angle MFC = \angle MKC$ и $\angle BAC = 40^\circ$, да се намери мярката на $\angle ABC$.

Решения и отговори:

23.	1. За означаване на количеството продукция през: I седмица – a , II седмица – b , III седмица – c , IV седмица – d , месечен план – M .	2т.
	2. Изразяване на произведеното през втората и трета седмица – $b:c = 4:5$	1т.
	3. Изразяване на произведеното през третата и четвърта седмица – $c:d = 10:11$	1т.
	4. Изразяване на съотношението – $b:c:d = 8:10:11$	1т.
	5. За означаване на $b = 8k, c = 10k, d = 11k$	1т.
	6. Изчисляване на $a = 9k - d = \frac{11}{9}a, 11k = \frac{11}{9}a, k = \frac{1}{9}a, a = 9k$	2т.
	7. Изчисляване на месечния план M – $a = 27\%M, 9k = 0,27M, k = 0,03M, M = \frac{100}{3}k = 33\frac{1}{3}k$	3т.
	8. За намиране на произведеното през месеца – $a + b + c + d = 9k + 8k + 10k + 11k = 38k$	1т.
	9. За изчисление на преизпълнението на месечния план – $x\% \text{ от } 33\frac{1}{3}k \text{ е } \left(38k - 33\frac{1}{3}k\right) \Rightarrow x = 14\%.$	3т.
24.	1. За изготвяне на правилен чертеж	2т.
	2. За означаване на $\sphericalangle MFC = \sphericalangle MKC = \alpha$	1т.
	3. За изразяване на $\sphericalangle KCF = 20^\circ + \alpha$, като външен за $\triangle AFC$	2т.
	4. Изразяване на $\sphericalangle MCF = 20^\circ + \alpha$, защото CF е ъглополовяща на $\sphericalangle MCK$	1т.
	5. От сбор на ъглите в $\triangle MCK$ – $\sphericalangle MCK + \sphericalangle CKM + \sphericalangle KMC = 180^\circ, 40^\circ + 2\alpha + \alpha + 90^\circ = 180^\circ, \alpha = \frac{50^\circ}{3}$	3т.
	6. Означаване на пресечната точка на МК и АВ с Р. Изразяване на $\sphericalangle MPB = 40^\circ + \alpha$, като външен за $\triangle APK$.	2т.
	7. От сбор на ъглите в $\triangle MPB$ – $\sphericalangle MPB + \sphericalangle PBM + \sphericalangle PMB = 180^\circ, 40^\circ + \alpha + \sphericalangle PBM + 90^\circ = 180^\circ, \sphericalangle PBM = 50^\circ - \alpha$	2т.
	5. Замества α и намираме $\sphericalangle ABC = \frac{100^\circ}{3} = 33^\circ 20'$	2т.

Всяко друго правдоподобно решение на зад.23. и зад. 24. се оценява според етапите – общо с 15 т.

Бланка за отговори

Име..... Училище..... град.....

Зад. №	отг.	отг.	отг.	отг.
1	а	б	в	г
2	а	б	в	г
3	а	б	в	г
4	а	б	в	г

Брой верни отговори х 1 точка = точки

Зад. №	отг.	отг.	отг.	отг.
5	а	б	в	г
6	а	б	в	г
7	а	б	в	г
8	а	б	в	г
9	а	б	в	г
10	а	б	в	г

Брой верни отговори х 2 точки = точки

Зад. №	отг.	отг.	отг.	отг.
11	а	б	в	г
12	а	б	в	г
13	а	б	в	г
14	а	б	в	г
15	а	б	в	г
16	а	б	в	г

Брой верни отговори х 3 точки = точки

Зад.№	Резултат	точки
17	$\square HAM = 53^\circ, \square ANM = 80^\circ, \square AMH = 47^\circ$	
18	21	
19	4	
20	2 : 3	

Брой верни отговори х 5 точки = точки

Зад.№	Резултат	точки
21 а	А	2
21 б	Да, $140^\circ < 180^\circ$	2
21 в	3 : 6 : 5 : 4	2
21 г	25%	2
22 а	най-малко 2,5 м/сек	2
22 б	най-малко 5 м/сек	2
22 в	30 м	2
22 г	Да, има (зони А, В, С и D)	2

Зад.№	Резултат	точки
23		
24		

Общ брой точки:

Проверил:.....