Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 09.12.2017 г.

10 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
Организаторите Ви пожелават успех!

Име...училище..град.....................

1. Броят на различните реални корени на уравнението $x^4 - 3x^2 = 0$ е равен на:
А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3

2. Коя от посочените стойностите на m **не е** от допустимите стойности на израза $\frac{m^2-4}{m^2+25} : \frac{m^3-27}{m^2-4m}$:
А) -5 Б) -2 В) 2 Г) 3

3. В равностранен триъгълник височината е равна на $\sqrt{3}$. Страната на триъгълника е равна на:
А) 1 Б) 2 В) $3\sqrt{3}$ Г) друг отговор

4. Върхът на параболата на квадратната функция $f(x)$ е с абсциса $x_0 = 3$. Ако един от корените на уравнението $f(x) = 0$ е равен на 7, то другият корен е равен на:
А) 4 Б) 5 В) 10 Г) друг отговор

5. Ако за острия ъгъл β е дадено, че $\cos\beta = \frac{1}{3}$, то е вярно, че:
А) $\beta \in (60°, 90°)$ Б) $\beta \in (45°, 60°)$ В) $\beta \in (30°, 45°)$ Г) $\beta \in (0°, 30°)$

6. В правоъгълна координатна система са построени графиките на функциите $f(x) = x^2 - 3x + 1$ и $g(x) = x^2 + 3x + 7$. Броят на пресечните точки на двете графики е:
А) 0 Б) 1 В) 2 Г) друг отговор

7. Решенията на неравенството $\frac{x^2(x^2+x-12)}{(x^2+25)(-x^2-x-1)} > 0$ са стойностите на x, за които:
А) $x \in (-4, 3)$ Б) $x \in (-\infty, -4) \cup (0, 3)$ В) $x \in (-\infty, -4) \cup (3, \infty)$ Г) друг отговор

8. Графиките на функциите $f(x) = x^2 + 4x + k$ и $g(x) = 2x + 1$ се допират в точка T. Координатите на точка T са:
А) $(-1, -1)$ Б) (2, 5) В) (1, 3) Г) друг отговор

9. Обиколката на равнобедрен ΔABC е 72 cm. Вписаната в триъгълника окръжност пресича височината към основата CH $(H \in AB)$ в точка $K \neq H$. Ако $CK:KH = 4:5$, то радиусът на вписаната в ΔABC окръжност е равен на:
А) $\frac{4}{3}$ cm Б) 4cm В) $\frac{20}{3}$ cm Г) друг отговор

10. Дадена е функцията $f(x) = x^2 - 2kx + k - 7$.

А) Решете неравенството $f(x) \geq 0$ при $k = 2$.

Б) Докажете, че уравнението $f(x) = 0$ има два различни реални корени x_1 и x_2 за всяка реална стойност на числото k.

В) Намерете най-малката стойност на функцията $g(k) = x_1^2 + x_2^2$.

Отговори 10 клас

1.Г); **2.**Г); **3.**Б); **4.**Г (-1) ; **5.**А); **6**.Б); **7.**Г) $x \in (-4,0) \cup (0,3)$ **8.**А); **9.**В)

Решени 10 зад.:

А) (4 точки)

$x^2 - 4x - 5 \geq 0$ ***1 точка***

корените са -1 и 5 ***1 точка***

решенията на неравенството са $x \in (-\infty,-1] \cup [5,\infty)$ ***2 точки***

Б) (4 точки)

$D = 4k^2 - 4k + 28$ ***1 точка***

Новата дискриминанта е $D_1 = -432 < 0$ ***1 точка***

Коефициента пред k^2 е положителен $\Rightarrow D > 0$ за всяко k, следователно $f(x) = 0$ има два различни реални корени x_1 и x_2 за всяка стойност на k. ***2 точки***

В) (7точки)

От формулите на Виет $\left| \begin{array}{l} x_1 + x_2 = 2k \\ x_1 x_2 = k - 7 \end{array} \right.$ ***2 точки***

$g(k) = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4k^2 - 2k + 14$ ***2 точки***

Най-малката стойност на $g(k)$ се достига при върха на параболата

за $k_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{4}$ ***2 точки***

Най-малката стойност на $g(k)$ е равна на $g\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{55}{4}$ ***1 точка***

Стефчо Наков
Монтана
nakkoff@abv.bg